

復習問題

1 高校の数学の復習

次の足し算の内容を、シグマ記号を用いて書きなさい。

- (1) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$
- (2) $y_1 + y_2 + \dots + y_n$
- (3) $x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_5$
- (4) $ay_8 + ay_9 + ay_{10} + ay_{11}$
- (5) $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n$

基礎問題

2 記法

問1 次の記号が何を表すか、数式を使わず答えなさい。

- (1) $x_{(1)}$
- (2) x_1
- (3) \bar{x}

問2 問1の記法を参考に、次の概念を数学記号や数式で表現しなさい。

- (1) (算術) 平均
- (2) 中央値 (サンプルサイズが奇数の時)
- (3) 中央値 (サンプルサイズが偶数の時)

3 基本的な統計量

次のデータに基づき、以下の問いに答えなさい。

ID	X	Y
1	4	100
2	1	200
3	6	500
4	9	400

指示された統計量を計算しなさい。

- (1) X の標本平均
- (2) Y の標本中央値
- (3) X の標本最頻値

4 統計量

次のデータに基づき、以下の問いに答えなさい。

問1 ID = 1 番の人から ID = n 番の人に対して、X と Y という量を調査し、次のような表を得た。この時、次に与えられる数式で定義される量それぞれに対し、それが統計量か、それとも統計量ではないか、答えなさい。ただし、 x_i, y_i は観測された i 番目の人の X, Y に関する測定値を表し、 \bar{x}, \bar{y} はそれぞれ観測値の標本平均である。また、(2)の a は(1)の a を示す。

ID	X	Y
1	x_1	y_1
2	x_2	y_2
\vdots	\vdots	\vdots
n	x_n	y_n

- (1) $a = \frac{S_{xy}}{S_x^2}$ (2) $b = \bar{y} - a\bar{x}$ (3) y_1
(4) $\sum_{i=1}^n (y_i - x_i)$ (5) $\bar{y} - \bar{x}$ (6) $y_1 - x_1$

問2 授業で扱ったもの以外に、統計量の定義に当てはまるものを三つ自分で考え、答えなさい。

問3 統計量とは言えないものを三つ自分で考え、答えなさい。

5 中心極限定理

次の単語を使いながら、中心極限定理がどのようなものか、わかりやすく説明しなさい。

サンプルサイズ、母集団、標本、正規分布、母平均 μ (母集団分布の平均)、母分散 σ^2 (母集団分布の分散)

6 不偏性

不偏性という統計量の性質を説明しなさい。

7 大数の法則

大数の法則がどのようなものか、わかりやすく説明しなさい。

[1]

- (1) $\sum_{i=1}^4 x_i$
- (2) $\sum_{i=1}^n y_i$
- (3) $\sum_{i=1}^4 x_i y_{i+1}$ (あるいは、 $\sum_{i=2}^5 x_{i-1} y_i$)
- (4) $\sum_{i=8}^{11} a y_i$ (あるいは、 $a \sum_{i=8}^{11} y_i$)
- (5) $\sum_{i=1}^n a_i y_i$

[2]

問1

(1) $x_{(1)}$
 標本データ $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ を昇順に並べかえた時の最初のデータ (あるいは、最小値)

(2) x_1
 ID が 1 の標本データの値

(3) \bar{x}
 標本データ $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ の (標本) 平均

問2 ※ここでは、標本データを $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ と表すことにする。

(1) (算術) 平均

$$\bar{x}$$

(2) 中央値 (サンプルサイズが奇数の時)

$$x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$$

(3) 中央値 (サンプルサイズが偶数の時)

$$\frac{1}{2} \left(x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)} \right)$$

[3]

(1)X の標本平均

5

(2)Y の標本中央値

300

(3)X の標本最頻値

なし

[4]

問1 すべて統計量

問2 省略

問3 省略

[5]

これは、サンプルサイズ n が大きくなればなるほど、母集団分布の形状に関係なく、標本から計算された標本平均は 正規分布 $N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ に近づく、という定理。

[6]

これは標本分布の期待値が母集団分布の母平均（期待値）と一致すること。

[7]

これは、サンプルサイズ n が大きくすると、標本平均 \bar{x} が母集団平均 μ に近づく、という定理。