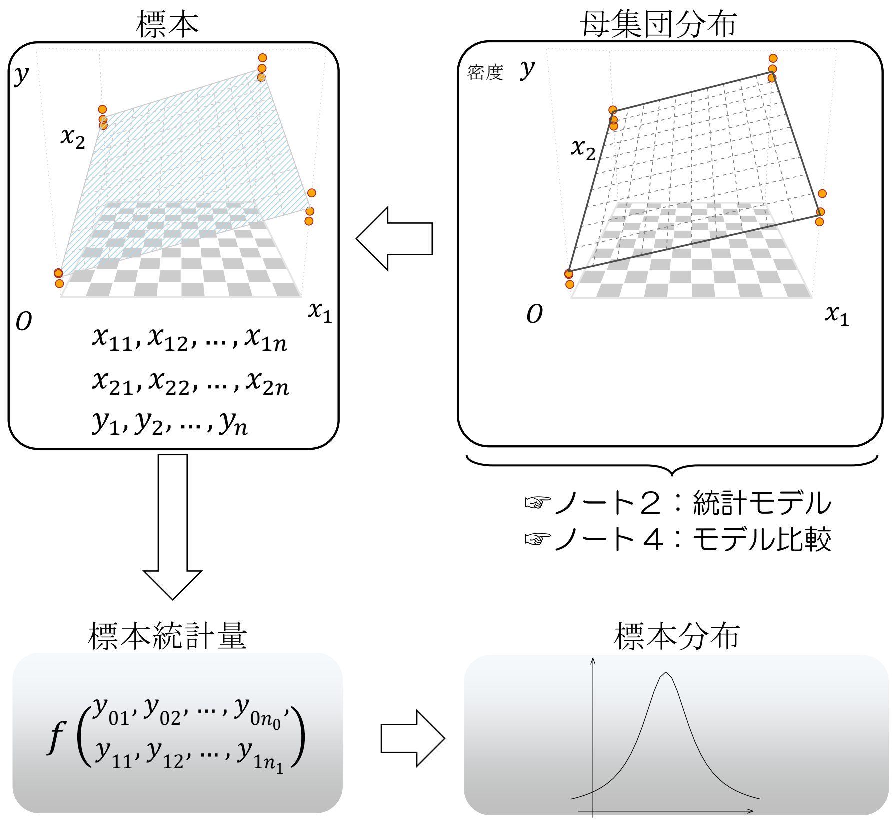
# 見取り図




☞ノート２：統計モデル
☞ノート４：モデル比較

☞ノート３：平方和の分割
☞ノート３：母平均の検定・区間推定

☞ノート３：F 分布
☞ノート３：t 分布

データの形式

| ID | 独立変数１ | 独立変数２ | … | 予測変数ｐ | 応答変数 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | … | 2 | 2.1 |
| 2 | 0 | 1 | … | 1 | 3.2 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| ***n*** | 1 | 0 | … | 0 | 1.5 |

## （1）目的（リサーチクエスチョン）

三つ以上の群に差があるのかを見出したいとき、つまり複数の名義尺度からなる独立変数から従属変数を値を予測するモデルを作りたい際に実施する手法。

## （2）考え方

前項で扱った重回帰分析は、複数の独立変数で従属変数の値を予測するモデルを作成する方法だったが、これらの独立変数が全て名義尺度だった際に、行う統計分析を分散分析と呼ぶ。

このため、分散分析は重回帰分析の特殊な場合としてみなすことができる。ただし、この分散分析は「実験 experiment」という研究手法と密接に結びついて発展してきたため、実験デザインを反映した特殊な情報を活用する。より正確に言えば、研究者は、理想的な分散分析が行えるよう効率的な実験デザインを組み立てて研究を行う。

例えば、分散分析は、独立変数の数で一元配置分散分析（独立変数が 1 個）、二元配置分散分析（独立変数が二個）などに分類される。一元配置とは異なり、二元配置では各独立変数の組み合わせ（独立変数 1 が 0、独立変数が 1、など）が同じサンプルサイズとなっているかどうかが大事になる。実験の組み立てにより、分散分析の調整がどのように必要となるかを中心に学びを進めてほしい。

## （3）具体的なデータの例

| ID | Item | R1 | R2 | R3 | R4 | 独立変数 1 | 独立変数 2 | 実験協力者 | 従属変数 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | Since yesterday | I have been **walking** | with | my friends. | 0 | 0 | 山田 | |
| 2 | 1 | Yesterday | I have been **walking** | with | my friends. | 1 | 0 | 山田 | |
| 3 | 1 | Since yesterday | I **walked** | with | my friends. | 0 | 1 | 山田 | |
| 4 | 1 | Yesterday | I **walked** | with | my friends. | 1 | 1 | 山田 | |
| 5 | 2 | Since yesterday | I have been **cooking** | with | my friends. | 0 | 0 | 山田 | |
| 6 | 2 | Yesterday | I have been **cooking** | with | my friends. | 1 | 0 | 山田 | |
| 7 | 2 | Since yesterday | I **cooked** | with | my friends. | 0 | 1 | 山田 | |
| 8 | 2 | Yesterday | I **cooked** | with | my friends. | 1 | 1 | 山田 | |
| ⋮ | | | | | | | | | |
| 93 | 24 | Since yesterday | I have been **swimming** | with | my friends. | 0 | 0 | 山田 | |
| 94 | 24 | Yesterday | I have been **swimming** | with | my friends. | 1 | 0 | 山田 | |
| 95 | 24 | Since yesterday | I **swam** | with | my friends. | 0 | 1 | 山田 | |
| 96 | 24 | Yesterday | I **swam** | with | my friends. | 1 | 1 | 山田 | |
| 97 | Filler 1 | | I am exicted. | | | | | 山田 | |
| 98 | Filler 2 | | I am surprised. | | | | | 山田 | |
| ⋮ | | | | | | | | | |
| 288 | Filler 196 | | I am satisfied. | | | | | 山田 | |

## 📖 ノート０　あらすじ：研究の流れ

○　基礎：実験の流れ

（１）実験の実施

**フェーズ１：実験の計画・実施**

手順１：先行研究を踏まえ、問うべきリサーチクエスチョンを立てる。
手順２：リサーチクエスチョンに答えを出すのに必要な証拠（データ）がどのようなものかを考える。
手順３：独立変数と従属変数を決め、それらを測定する実験を作り上げる。

**フェーズ２：実験を実施する**

手順１：大学における研究倫理委員会の承認を得る。
手順２：実験協力者（被験者）を集め、データを集める。

（２）予備解析

**フェーズ３：予備解析**

基本的な統計量の算出やグラフ化を行い、標本データへの予備的考察・分散分析の仮定等をチェック。

（３）推測統計学の枠組みに基づく分析

**フェーズ４：モデル選択**

手順１：母集団の構造を表したモデルを複数作る
手順２：モデル比較を行い、ベストなモデルを選択

**フェーズ５：分散分析**

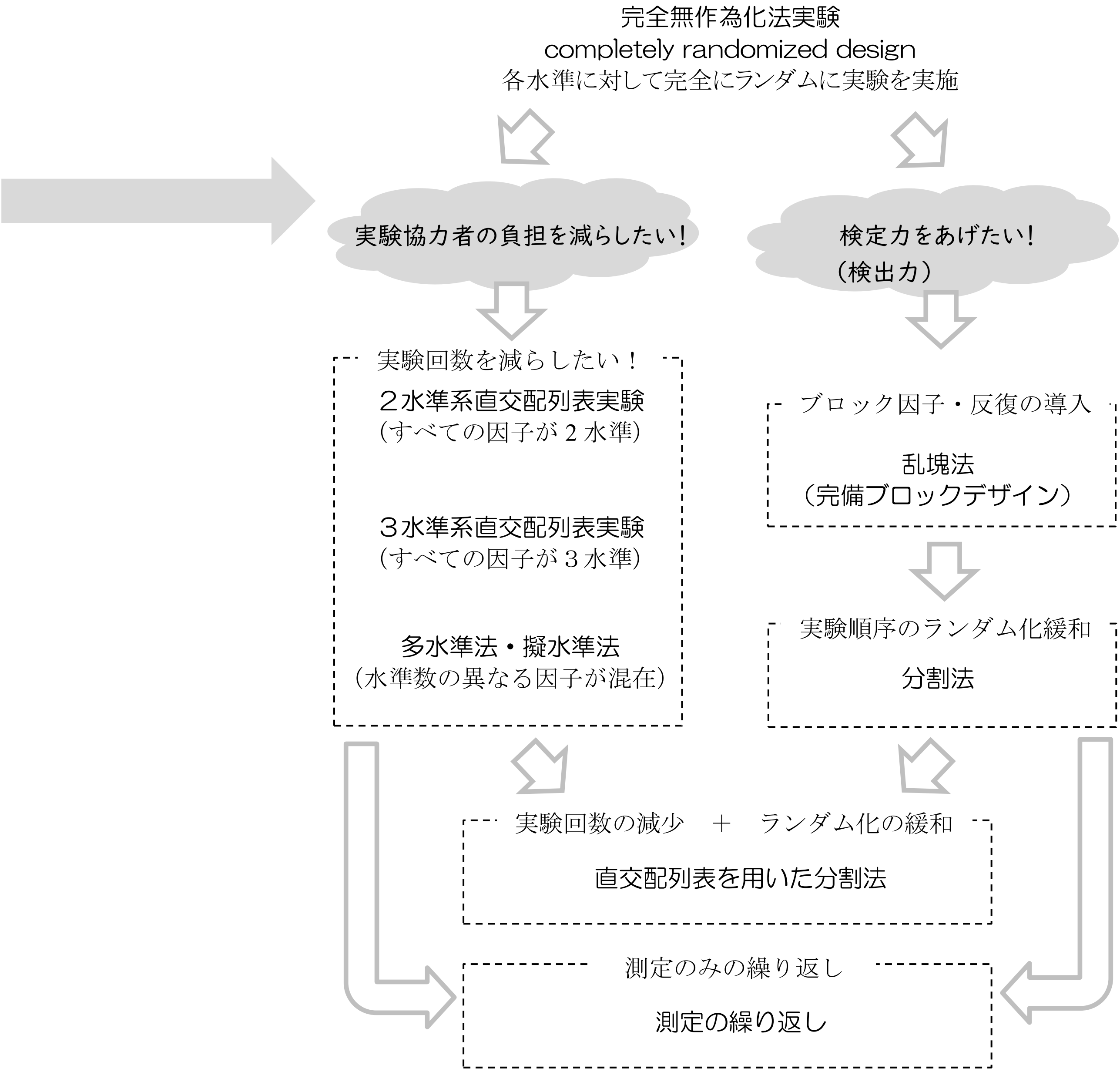
手順１：平方和を分解する
（例１）$ss_y = ss_A + ss_e$　一元配置
（例２）$ss_y = ss_A + ss_B + ss_{A\times B} + ss_e$　二元配置
手順２：残差平方和$ss_e$に比して独立変数の平方和（$ss_A$, $ss_B$, $ss_{A\times B}$）が大きいと言えるかＦ検定する

**フェーズ６：パラメータへの統計的推測・評価**

手順１：検討対象の要因における各水準の母平均を推測
手順２：検討対象の要因における水準間の差を推測

※点推定・信頼区間・予測区間などの検討

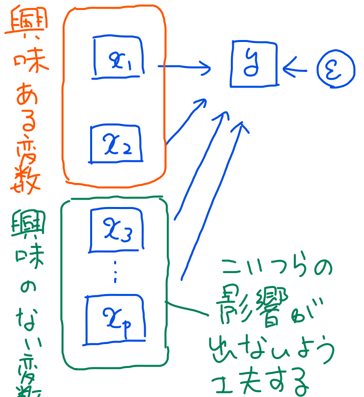
○ 発展：実験の改良




☞ 参考：永田靖 (2000)『入門実験計画法』東京：日科技連
長畑秀和 (2016)『R で学ぶ実験計画法』東京：朝倉書店
三輪哲久 (2015) 『実験計画法と分散分析』東京：朝倉書店

## 📖 ノート１　実験デザイン：実験研究の基本事項

Ⓟ 実験研究




> 質問　そもそも、実験って何ですか？
> なんで必要なんですか？
>
> 実験とは、研究者が独立変数を統制して従属変数の挙動を調べる研究です。多くの場合、従属変数に影響を与える可能性のある要因（独立変数の候補）は無数に考えられます。しかし実際に研究で扱うのはそのごく一部です。**注目している要因以外の変数が従属変数に予期せぬ影響を与えてはいないことを保証するために**、独立変数を統制しておくのです。

（1）要因 Factor

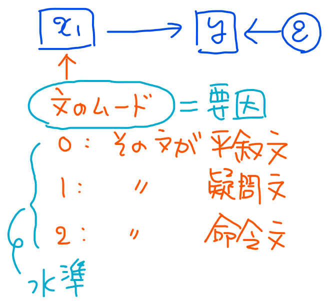
これは、質的な（＝離散値を取る）独立変数のこと。t 検定や分散分析では、従属変数に対する要因の効果を検定する。

※ 水準 Level

これは、要因のとる値のこと

例：実験協力者の性（要因）⇒男（水準１）女（水準２）

Ⓟ 要因と水準




（2）交絡 Confounding

ある独立変数の効果を見たいのに他の要因が連動して絡んできてどの要因に効果があるかわからない状況。

例１　ミニマルペア　　容認度

[1]　a. He is　a good boy.　5
　　b. He am　a good girl.　1

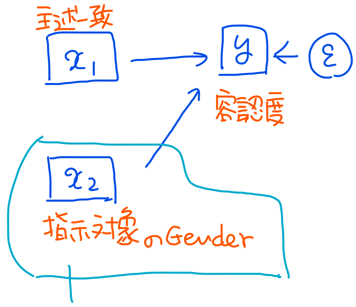
[2]　a. He is　a good boy.　5
　　b. He am　a good boy.　1

例２　被験者の特徴

[1]　a. He is　a good boy.　英語母語話者　5
　　b. He　a good boy.　英語母語話者　3

[2]　a. He is　a good boy.　DC 育ちの英語母語話者　5
　　b. He　a good boy.　DC 育ちの英語母語話者　1

Ⓟ ミニマルペア




これを統制して，確実に $\boxed{y}$ に影響を与えるのが $\boxed{x_1}$ だと言える状況をつくる!

（3）統制

① 操作可能性

研究者が独立変数の値を変化させられるかということ。

例１：性別　　研究する側が変更することはできない。
例２：刺激文　研究する側が変更することができる。

② 統制 Control

交絡を避けるためターゲットの要因以外の要因が従属変数に影響を持たないように偏りを調整すること。

（統制１）一定化：変数値を固定し偏りを調整。
例：実験協力者を東京方言話者に限る

（統制２）バランス化：変数値を同数にし偏りを調整。
例：実験協力者を男女同数にする

（統制３）ランダム化：変数値を無作為にし偏りを調整。
例：無作為に発生させた番号にかける

③ 研究デザインの強弱

独立変数の操作を組み込んだ研究デザインを強いデザイン、そうでない研究デザインを弱いデザインと呼ぶ。

※ 観察研究と実験研究

独立変数が操作可能か？ —はい→ 独立変数を操作するか？ —はい→ ランダム割り当てを行うか？

独立変数が操作可能か？ —いいえ→ 調査・観察研究
独立変数を操作するか？ —いいえ→ 調査・観察研究
ランダム割り当てを行うか？ —いいえ→ 準実験
ランダム割り当てを行うか？ —はい→ 実験

準実験　実験：広義の実験

（３）対応のない要因 vs. 対応のある要因

① 対応のない要因： 異なる水準に含まれる従属変数の値が互いに独立となるような要因のこと。

② 対応のある要因： 異なる水準に含まれる従属変数の値に相関がある要因のこと。

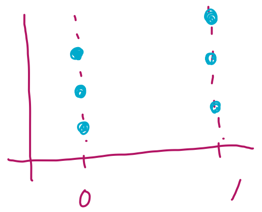
（４）バランスデザイン vs. アンバランスデザイン

① バランスデザイン： 各水準のサンプル数が等しい実験デザイン（理想的なデザイン）。

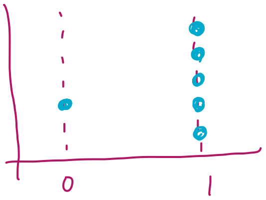
② アンバランスデザイン： 各水準のサンプル数が異なる実験デザイン。

Ⓟ バランス/アンバランス

(1) バランスのとれたデータ



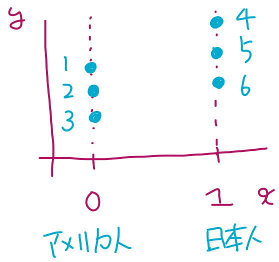

(2) アンバランスなデータ




Ⓟ 対応のあり/なし

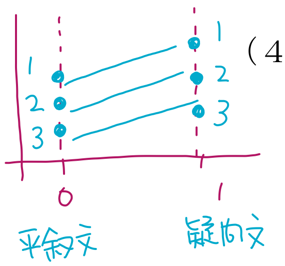
t検定を事例に考えると、

(1) 対応なし




1〜3を答えた人は、
4〜6を〃ていません。

(2) 対応あり



## 📖 増補：直交実験デザイン

質問　私の実験、参加者一人一人に288個の文を読んでもらうことになるんだけど…

「でも、そんなに読ませたら。かなり負担だろうし、何より実験の狙いに勘付かれてしまうかもしれない！」と不安になりますよね。このような不都合な状況を改善させるために、実験のサイズを小さくするような実験デザインが考案されています。

（1）直交配列表実験

少ない実験回数で重要な主効果と交互作用が推定できるように、直交表に因子水準を割り当ててデザインする実験。

① 動機：実験回数を少なく抑えたい。

② 欠点：交互作用の制限

すべての交互作用は検討できない。

⇒あらかじめ「考慮しない交互作用」を決めておく。

（2）ラテン方格とグレコ・ラテン方格

① ラテン方格 Latin square ← 数独のこと！

$n$ 個のラテン文字を $n$ 行×$n$ 列に並べ、どの文字も各行・各列に一度ずつ現れるようにしたもの。

② グレコ・ラテン方格 Graeco-Latin square

ギリシャ文字とラテン文字が、単体でも、組み合わせででも、一度ずつ現れるようにしたもの。

(例) ラテン方格

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | A | B | C | D |
| 2 | B | A | D | C |
| 3 | C | D | A | B |
| 4 | D | C | B | A |

(例) グレコ・ラテン方格

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | A$\alpha$ | B$\beta$ | C$\gamma$ | D$\delta$ |
| 2 | B$\gamma$ | A$\delta$ | D$\alpha$ | C$\beta$ |
| 3 | C$\delta$ | D$\gamma$ | A$\beta$ | B$\alpha$ |
| 4 | D$\beta$ | C$\alpha$ | B$\delta$ | A$\gamma$ |

Ⓟ 数独

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 4 | 2 |
| 2 | 4 | 1 | 3 |
| 4 | 2 | 3 | 1 |
| 3 | 1 | 2 | 4 |

Ⓟ 直交表実験の発想

従属変数：$y$

独立変数$_1$：$x_1$
（要因）$A_1, A_2, A_3, A_4$

独立変数$_2$：$x_2$
（要因）$B_1, B_2, B_3, B_4$

独立変数$_3$：$x_3$
（要因）$R_1, R_2, R_3, R_4$

独立変数4：$x_4$
（要因）$C_1, C_2, C_3, C_4$

要因を割りあてる！

$x_1$ → ラテン文字
$x_2$ → ギリシア文字
$x_3$ → 行（Row）
$x_4$ → 列（column）

| | $C_1$ 1 | $C_2$ 2 | $C_3$ 3 | $C_4$ 4 |
|---|---|---|---|---|
| $R_1$ 1 | $A_1$ $B_1$ | $A_2$ $B_2$ | $A_3$ $B_3$ | $A_4$ $B_4$ |
| $R_2$ 2 | $A_2$ $B_3$ | $A_1$ $B_4$ | $A_4$ $B_1$ | $A_3$ $B_2$ |
| $R_3$ 3 | $A_3$ $B_4$ | $A_4$ $B_3$ | $A_1$ $B_2$ | $A_2$ $B_1$ |
| $R_4$ 4 | $A_4$ $B_2$ | $A_3$ $B_1$ | $A_2$ $B_4$ | $A_1$ $B_3$ |

→ $A_1\ B_1\ C_1\ R_1$

→ $A_3\ B_4\ C_1\ R_3$

$R_1$：A, B, C という水準の

$\left.\begin{matrix} A_1 \sim A_4 \\ B_1 \sim B_4 \\ C_1 \sim C_4 \end{matrix}\right\}$ までの全ての組みあわせを網羅！

本来なら、$4^4 = 256$ 調べるトコを16通り調べるだけで済む！

Ⓟ 二水準の直交配列実験

$y$ : 容認度

$x_1$ : 平叙文 or 否 (0/1)

$x_2$ : 単語Xを用いる or 否 (0/1)

$x_3$ : 男女 (0/1)

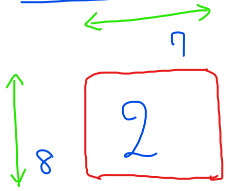
$x_4$ : 高校生/大学生 (0/1)

⇒ それぞれが 2水準からなる 4つ(以下)の要因

本来 : $2^4 = 16$通

今回 : 8通

Ⓟ 記法 : $L_8(2^7)$




（３）直交表 Orthogonal table

どのような水準の組み合わせで実験を構築すると過不足なくデータを収集できるかを表した表。

記法：$L_8(2^7)$

そのモデルの独立変数が2水準からなる要因たちで作られる。

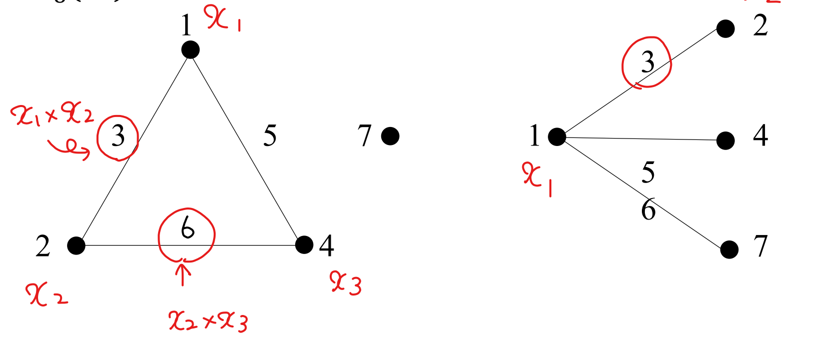
（例）二水準の直交配列実験 $L_8(2^7)$

| | [1] $x_1$ | [2] $x_2$ | [3] | [4] $x_3$ | [5] $x_4$ | [6] | [7] | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | $x_1(1)$ $x_2(1)$ $x_3(1)$ $x_4(1)$ |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | $x_1(1)$ $x_2(1)$ $x_3(2)$ $x_4(2)$ |
| 3 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | $x_1(1)$ $x_2(2)$ $x_3(1)$ $x_4(1)$ |
| 4 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | $x_1(1)$ $x_2(2)$ $x_3(2)$ $x_4(2)$ |
| 5 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | $x_1(2)$ $x_2(1)$ $x_3(1)$ $x_4(2)$ |
| 6 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | $x_1(2)$ $x_2(1)$ $x_3(2)$ $x_4(1)$ |
| 7 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | $x_1(2)$ $x_2(2)$ $x_3(1)$ $x_4(2)$ |
| 8 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | $x_1(2)$ $x_2(2)$ $x_3(2)$ $x_4(1)$ |
| 成分 | a | b | a b | c | a c | b c | a b c | |

（４）線点図 Linear graph

因子の割り当てに用いるグラフで、因子（主効果）を点で表し、二点を結んだ線分を交互作用に対応させたもの。

（例）$L_8(2^7)$




※ 各点・線は、直交表のどこかの列を表す。

## 📖 ノート２ 母集団：統計モデル

### （１）一元配置分散分析 one-way layout ANOVA model

分散分析の構造を表すモデルには複数の書き表し方がある。ここでは、よく使われる三つのモデルを紹介する。

> ☞ アドバイス
> モデル式の表していることが分からなくなったら、
> ①各記法が図中のどこを指しているか、考えよう！
> ②添え字が観測値の何を指しているか、考えよう！

① モデル１：グループの平均に注目したモデル

$$y_{ij} = \mu_j + \varepsilon_{ij}$$

$$\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

↓ ダミー変数で表現

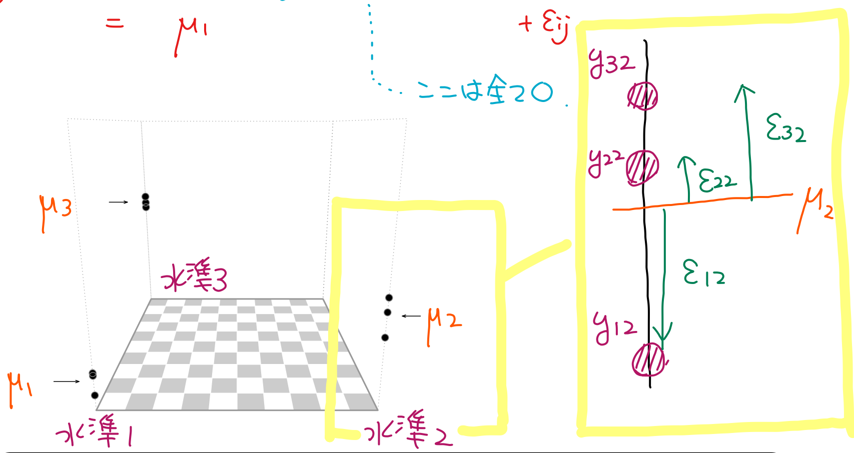
$$y_{ij} = \mu_1 x_{i1} + \mu_2 x_{i2} + \cdots + \mu_J x_{iJ} + \varepsilon_{ij}$$

$$\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

例 $j=1$ に属するとき

$$= \mu_1 \times 1 + \underbrace{\mu_2 \times 0 + \cdots + \mu_J \times 0}_{\text{ここは全て0}} + \varepsilon_{ij}$$

$$= \mu_1 + \varepsilon_{ij}$$




Ⓟ 分散分析の分類

要因の数
- 1 → 一元配置
- 2 → 二元配置
- それ以上 → 多元配置

Ⓟ 記法：ij

通し番号i番目のデータで、グループのj番に属している

| ID | 要因 | y | $x_{i1}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | $y_{11}$ | 1 |
| 2 | 1 | $y_{21}$ | 1 |
| 3 | 3 | $y_{33}$ | 0 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| n | 2 | $y_{n2}$ | 0 |

Ⓟ ダミー変数

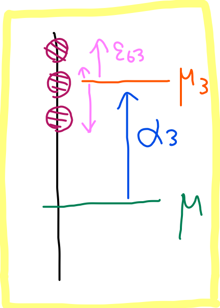
条件に応じて、0,1,2…のような離散値を与える変数
（ここでは、0/1を返す指示変数を想定）

$$x_{i1} = \begin{cases} 1 & \text{i番目のデータが水準1に入るとき} \\ 0 & \end{cases}$$

※記法

- $y_{ij}$ IDがi番目で、水準jに属するデータ
- $\varepsilon_{ij}$ IDがi番目で、水準jに属するデータ独自の効果
- $\mu$ 全体平均
- $\mu_j$ $j$番目の水準の平均
- $\alpha_j$ $j$番目の水準の処置効果
  - ① 全体平均からの差 ⇒ モデル２
  - ② 基準となる水準からの差 ⇒ モデル３

Ⓟ (＊)の位置の拡大図




$\alpha_j$：j番目の水準が全体の中心μからどれくらい離れてるかを表わしたもの
(=水準の効果)

「足したらゼロ」というイミ

② モデル２：零和（れいわ）制約を持つモデル

$$y_{ij} = \boxed{\mu} + \boxed{\alpha_j} \qquad + \varepsilon_{ij}$$

全体の平均　そこからの差

$$\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

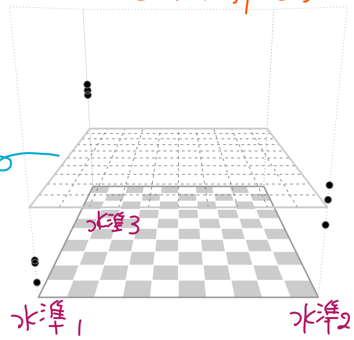
$$\Sigma_{j=1}^{J} \alpha_j = 0$$

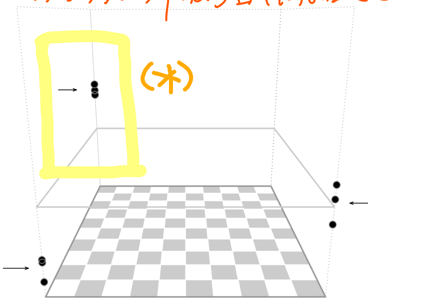
ダミー変数で表現

$$y_{ij} = \mu + \alpha_1 x_{1i} + \alpha_2 x_{2i} + \cdots + \alpha_J x_{Ji} + \varepsilon_{ij}$$

$$\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

(ステップ1) 全体平均μを考える　(ステップ2) μから各平均の差を出す




水準によらない全てのデータの平均値μ

③ モデル３：端点制約を持つモデル

$$y_{ij} = \boxed{\mu} \qquad + \boxed{\alpha_j} \qquad + \varepsilon_{ij}$$

基準となる水準の平均　そこからの差

$$\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

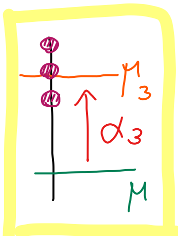
$$\alpha_1 = 0$$

ダミー変数で表現

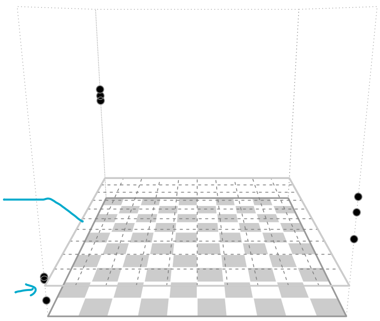
$$y_{ij} = \mu \qquad \underbrace{+ \alpha_2 x_{2i} + \cdots + \alpha_J x_{Ji}}_{J-1\text{個のダミー変数！}} + \varepsilon_{ij}$$

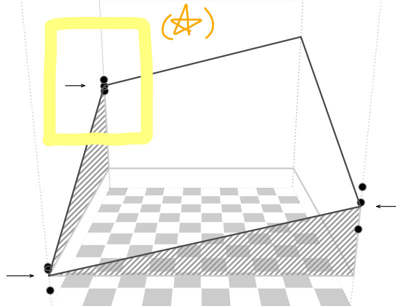
$$\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

Ⓟ (☆)の位置の拡大図




$\alpha_j$：j番目の水準が基準となった水準の中心μからどれくらい離れてるかを表わしたもの。






基準としたグループ(水準)の平均の場所をμとする。

（２）二元配置分散分析 two-way layout ANOVA model

① モデル１：グループの平均に注目したモデル

$$y_{ijk} = \mu_{jk} + \varepsilon_{ijk}$$

$$\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$$

ダミー変数
で表現

$$\begin{aligned} y_{ijk} = \; & \mu_{11}x_{1i} + \mu_{12}x_{2i} + \cdots + \mu_{1K}x_{Ki} \\ & + \mu_{21}x_{\mathrm{K}+1i} + \mu_{22}x_{\mathrm{K}+2i} + \cdots + \mu_{2K}x_{K+Ki} \\ & \quad \vdots \\ & + \mu_{\mathrm{J}1}x_{(\mathrm{J}-1)\mathrm{K}+1i} + \mu_{\mathrm{J}2}x_{(\mathrm{J}-1)\mathrm{K}+2i} + \cdots + \mu_{JK}x_{(\mathrm{J}-1)K+Ki} \\ & + \varepsilon_{ijk} \end{aligned}$$

$$\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$$

② モデル２：零和制約を持つモデル

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{\mathrm{jk}} + \varepsilon_{ijk}$$

$$\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\sum_{j=1}^{J} \alpha_j = 0$$

$$\sum_{k=1}^{K} \beta_k = 0$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{J} (\alpha\beta)_{j1} = 0 \\ & \sum_{j=1}^{J} (\alpha\beta)_{j2} = 0 \\ & \quad \vdots \\ & \sum_{j=1}^{J} (\alpha\beta)_{jK} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{K} (\alpha\beta)_{1k} = 0 \\ & \sum_{k=1}^{K} (\alpha\beta)_{2k} = 0 \\ & \quad \vdots \\ & \sum_{k=1}^{K} (\alpha\beta)_{Jk} = 0 \end{aligned}$$

ダミー変数
で表現

$$\begin{aligned} y_{ijk} = \; & \mu + \alpha_1 x_{1i} + \alpha_2 x_{2i} + \cdots + \alpha_J x_{Ji} \\ & + \beta_1 x_{\mathrm{J}+1i} + \beta_2 x_{\mathrm{J}+2i} + \cdots + \beta_K x_{J+Ki} \\ & + \alpha\beta_{11} x_{J+K+1i} + \alpha\beta_{12} x_{J+K+2i} + \cdots + \alpha\beta_{JK} x_{J+K+JKi} \\ & + \varepsilon_{ijk} \end{aligned}$$

$$\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$$

③ モデル３：端点制約を持つモデル

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta_k + \alpha\beta_{jk} + \varepsilon_{ijk}$$

$$\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\alpha_1 = 0 \qquad \beta_1 = 0$$

$$\begin{aligned} \alpha\beta_{11} &= 0 \\ \alpha\beta_{12} &= 0 \\ &\vdots \\ \alpha\beta_{1K} &= 0 \\ \alpha\beta_{11} &= 0 \\ \alpha\beta_{21} &= 0 \\ &\vdots \\ \alpha\beta_{J1} &= 0 \end{aligned}$$

ダミー変数で表現

1

J-1

K-1

(J-1) × (K-1)

$$\begin{aligned} y_{ijk} = \mu &+ \alpha_2 x_{1i} + \alpha_3 x_{2i} + \cdots + \alpha_J x_{J-1\,i} \\ &+ \beta_2 x_{J\,i} + \beta_3 x_{J+1\,i} + \cdots + \beta_K x_{J+K-2\,i} \\ &+ \alpha\beta_{22} x_{J+K-1\,i} + \alpha\beta_{23} x_{J+K\,i} + \cdots + \alpha\beta_{2K} x_{J+2K-2\,i} \\ &+ \alpha\beta_{32} x_{J+2K-1\,i} + \alpha\beta_{33} x_{J+2K\,i} + \cdots + \alpha\beta_{3K} x_{J+3K-3\,i} \\ &\vdots \\ &+ \alpha\beta_{J2} x_{JK-K+1\,i} + \alpha\beta_{J3} x_{JK-K+2\,i} + \cdots + \alpha\beta_{JK} x_{JK-1\,i} \\ &+ \varepsilon_{ijk} \end{aligned}$$

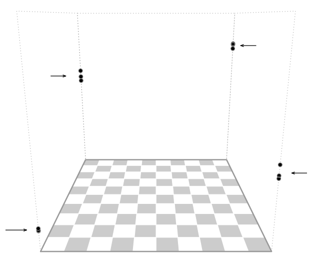
$$\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$$

※独立なパラメータの数：

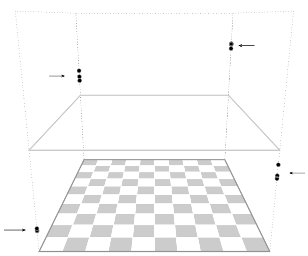
$$1 + (J-1) + (K-1) + (J-1)(K-1) = JK$$

※　図による理解

モデル１



モデル２



モデル３